

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

-----

ĐỖ THỊ HƯƠNG

HỆ TIÊN ĐỀ POGORELOV VÀ MÔ HÌNH  
CARTE CỦA HÌNH HỌC EUCLID

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2015

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

-----

ĐỖ THỊ HƯƠNG

**HỆ TIÊN ĐỀ POGORELOV VÀ MÔ HÌNH  
CARTE CỦA HÌNH HỌC EUCLID**

Chuyên ngành: PHƯƠNG PHÁP TOÁN SƠ CẤP  
Mã số : 60.46.01.13

**LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC**

**Người hướng dẫn khoa học: PGS.TS. ĐÀM VĂN NHỈ**

Thái Nguyên - 2015

# Mục lục

Lời cảm ơn . . . . .	iii
Mở đầu . . . . .	1
<b>Chương 1: Hệ tiên đề Hilbert và Hệ tiên đề Wayne cho Hình học Euclid</b>	<b>5</b>
1.1 Tổng quan về lịch sử Hình học . . . . .	5
1.1.1 Tác phẩm "Elements" của Euclid . . . . .	5
1.1.2 Nỗ lực chứng minh Định đề 5 . . . . .	7
1.1.3 Phát hiện Hình học khác Hình học Euclid . . . . .	9
1.1.4 Nền tảng hình học trong nửa sau thế kỉ 19 . . . . .	11
1.2 Hệ tiên đề Hilbert cho Hình học Euclid . . . . .	13
1.2.1 Yêu cầu cơ bản về phương pháp tiên đề . . . . .	13
1.2.2 Các nhóm tiên đề Hilbert . . . . .	14
1.3 Hệ tiên đề Wayne cho Hình học Euclid . . . . .	16
1.3.1 Nhóm tiên đề về phép cộng véc tơ . . . . .	17
1.3.2 Nhóm tiên đề về phép nhân véc tơ với số thực . . . . .	17
1.3.3 Nhóm tiên đề về số chiều . . . . .	18
1.3.4 Nhóm tiên đề về tích vô hướng của hai véc tơ . . . . .	18
1.3.5 Nhóm tiên đề về đặt véc tơ từ hai điểm . . . . .	19
1.4 Mối quan hệ giữa hệ tiên đề Hilbert và hệ tiên đề Wayne . . . . .	19
1.4.1 Ưu - khuyết điểm của Hệ tiên đề Hilbert . . . . .	19
1.4.2 Ưu - khuyết điểm của Hệ tiên đề Wayne . . . . .	20
<b>Chương 2: Hệ tiên đề Pogorelov cho Hình học Euclid</b>	<b>21</b>
2.1 Hệ tiên đề Pogorelov và hệ quả trực tiếp . . . . .	21
2.2 Mô hình Carte của Hình học Euclid . . . . .	30
2.2.1 Lý do xây dựng Mô hình Carte . . . . .	30
2.2.2 Kiểm tra tiên đề qua Mô hình Carte . . . . .	31

<b>Chương 3: Hệ tiên đề xây dựng Hình học ở Việt Nam và một vài áp dụng</b>	<b>38</b>
3.1 Hệ tiên đề trong sách giáo khoa phổ thông . . . . .	38
3.2 Một vài áp dụng . . . . .	40
3.2.1 Tam giác vuông . . . . .	40
3.2.2 Hệ tọa độ Carte vuông góc . . . . .	41
3.2.3 Định lý Stewart . . . . .	42
<b>Kết luận</b> . . . . .	<b>46</b>
<b>Tài liệu tham khảo</b> . . . . .	<b>47</b>

## Lời cảm ơn

Luận văn này được hoàn thành dưới sự hướng dẫn và chỉ bảo tận tình của PGS.TS Đàm Văn Nhĩ, Trường DHSP Hà Nội. Từ đáy lòng mình, tác giả xin được bày tỏ lòng kính trọng và biết ơn sâu sắc đối với sự quan tâm, động viên và sự tận tình chỉ bảo, hướng dẫn của thầy.

Tác giả xin gửi tới Ban giám hiệu, phòng đào tạo, các thầy cô Khoa Toán - Tin trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên cũng như các thầy giáo, cô giáo đã tham gia giảng dạy lời cảm ơn sâu sắc về công lao dạy dỗ trong suốt quá trình giáo dục, đào tạo của nhà trường.

Tác giả xin chân thành cảm ơn tới lãnh đạo UBND thành phố Tuyên Quang, phòng Giáo dục và Đào tạo thành phố và Ban giám hiệu trường THCS Ý La, cùng các đồng nghiệp và gia đình đã tạo mọi điều kiện giúp đỡ, động viên tác giả trong thời gian học tập và hoàn thành luận văn.

Mặc dù bản thân đã có nhiều cố gắng nhưng thời gian nghiên cứu có hạn nên không tránh khỏi thiếu sót, tác giả rất mong nhận được sự chỉ bảo và đóng góp ý kiến của các thầy cô và các bạn để luận văn được hoàn thiện.

Thái Nguyên, ngày 5 tháng 6 năm 2015

**Tác giả**

**Đỗ Thị Hương**

# Mở đầu

## A. Một vài điểm quan trọng trong Hình học phẳng

Như đã biết, những *đối tượng cơ bản* đầu tiên để xây dựng Hình học Euclid là *điểm, đường thẳng, mặt phẳng* và những *tương quan cơ bản* là *liên thuộc, nằm giữa, bằng nhau*. Với Hệ tiên đề Hilbert hoặc Hệ tiên đề Pogorelov, ta xét các vị trí tương đối có thể xảy ra như:

- (1.1) Với hai điểm, ta xét điểm trùng nhau, điểm khác nhau.
- (1.2) Với đường thẳng, xét đường thẳng trùng nhau, đường thẳng cắt nhau, đường thẳng song song với nhau, đường thẳng chéo nhau.
- (1.3) Với điểm và đường thẳng (đoạn thẳng), ta xét điểm thuộc đường thẳng (đoạn thẳng), điểm không thuộc đường thẳng (đoạn thẳng).

Với tiên đề độ dài: Mỗi đoạn thẳng  $AB$  có một độ dài  $\ell(AB) > 0$  và nếu  $C$  thuộc đoạn  $AB$ ,  $C \neq A$ ,  $C \neq B$ , thì  $\ell(AB) = \ell(AC) + \ell(CB)$ . Để giải quyết trường hợp hai điểm trùng nhau ta còn có khái niệm khoảng cách giữa hai điểm tùy ý  $A, B$ :

$$d(A, B) = \begin{cases} \ell(AB) & \text{khi } A \neq B \\ 0 & \text{khi } A \equiv B \end{cases}$$

và khái niệm góc với số đo. Tiếp theo, ta xét tập các điểm hay các hình sau:

- (2.1) Xét các đa giác. Đặc biệt là việc xét tam giác cân, tam giác đều, tam giác vuông và hình vuông.
- (2.2) Xét tập các điểm cách đều một điểm  $O$  nào đấy với khoảng cách không đổi  $R$ . Đó là đường tròn ( $\ell$ ) tâm  $O$  bán kính  $R$ . Xét tiếp tập các điểm không thuộc ( $\ell$ ). Đó là tập các điểm bên trong hoặc bên ngoài đường tròn ( $\ell$ ).
- (2.3) Xét tập các điểm cách đều hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$  nào đấy. Đó là đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .

- (2.4) Xét tập các điểm cách đều 2 cạnh của góc  $\widehat{xOy}$  nào đấy. Đó là đường phân giác của góc. Tùy theo bài toán, ta xét đường phân giác trong hay đường phân giác ngoài của góc.
- (2.5) Xét tập các điểm sao cho khoảng cách từ đó đến một điểm cố định là không đổi. Đó là một đường tròn. Xét tập các điểm sao cho tổng khoảng cách từ đó đến 2 điểm cho trước  $A, B$  nào đấy là một số không đổi. Đó là đường elíp với hai tiêu điểm  $A$  và  $B$ . Xét tiếp, tập các điểm sao cho giá trị tuyệt đối của hiệu khoảng cách từ đó đến hai điểm cho trước  $A$  và  $B$  là một số không đổi. Đó là đường hypebol với hai tiêu điểm  $A$  và  $B$ .
- (2.6) Với điểm  $A$  và đường thẳng  $d$  không chứa  $A$ , xét tập các điểm sao cho khoảng cách từ đó đến  $A$  bằng khoảng cách từ điểm đó đến  $d$ . Đó là đường parabol với tiêu điểm  $A$  và đường chuẩn  $d$ .

## B. Phương pháp tọa độ trong Hình học

Xuất phát từ những điểm rất đặc biệt sau đây:

- (3.1) Khi dựng hình ta sử dụng thước kẻ và compa. Việc dựng đường thẳng và đường tròn dễ dàng. Nhìn vào hình vẽ tương đối chính xác ta sử dụng một vài kết quả đã biết (Mệnh đề, Định lý, Hệ quả, v.v...) để giải bài toán. Với thước kẻ và compa, ta không vẽ chính xác được parabol, hypebol, v.v.... Do vậy, một số kết quả sẽ không còn đúng và trực giác để ta cảm nhận cách giải sẽ không áp dụng được nữa.
- (3.2) Phải thay đổi định nghĩa một vài khái niệm. Chẳng hạn, khi xét parabol  $(P)$  với tiêu điểm  $A$  và đường chuẩn  $d$ , ta hạ  $AH \perp d$  với  $H \in d$ . Không khó để chứng minh đường thẳng  $AH$  và đường trung trực  $d'$  của đoạn  $AH$  đều có chung với  $(P)$  đúng một điểm, nhưng  $d'$  là tiếp tuyến của  $(P)$ , còn  $AH$  lại không.
- (3.3) Với thước kẻ và compa, ta rất khó xây dựng những hệ thức liên hệ và lớp bài tập cũng bị thu hẹp.
- (3.4) Xét phép biến đổi  $F$  trong mặt phẳng. Giả sử hình  $(H)$  có tính chất  $P$ . Nếu ảnh  $(H') = F(H)$  cũng có tính chất  $P$  thì  $P$  được gọi là tính chất *bất biến* của  $(H)$  qua  $F$ ; còn nếu ảnh  $(H') = F(H)$  không có tính chất  $P$  thì  $P$  được gọi là tính chất *không bất biến* của  $(H)$  qua  $F$ . **Vấn đề đặt ra:** Xét tính chất  $P$  không bất biến đã biến đổi qua  $F$  thành tính chất gì?

- (3.5) Khi xét bài toán tập điểm hoặc hệ thức liên hệ ta thường phải xử lý đối tượng tiến ra vô tận. Để biểu thị đối tượng tiến ra vô tận, ta đưa phân tử mới  $\infty$  vào tập  $\mathbb{R}$ .
- (3.6) Phương pháp tọa độ để ta ít phụ thuộc vào hình vẽ, biểu thị các mối quan hệ qua các phương trình. Khi đó ta không phải vẽ hình, không phải kẻ thêm đường phụ phức tạp. Ta dễ dàng biện luận các trường hợp và mở rộng bài toán hoặc làm biến dạng nó thành một bài toán khác.

Do vậy trong Hệ tiên đề Pogorelov tác giả đã dùng mô hình thử để kiểm tra Hệ tiên đề dựa trên hình học giải tích, trong nhiều tài liệu tham khảo về Hình học sơ cấp người ta cũng sử dụng phương pháp tọa độ để giải quyết bài toán.

### C. Nội dung luận văn

Luận văn tập trung trình bày lại một số mục trong Giáo trình Hình học của viện sĩ A. Pogorelov viết cho sinh viên toán trong các trường đại học ở Liên xô. Ngoài phần mở đầu, phần kết luận, luận văn gồm 3 chương:

#### **Chương 1. Hệ tiên đề Hilbert và hệ tiên đề Wayne cho Hình học Euclid.**

Chương này tập trung trình bày những nét cơ bản về hai hệ tiên đề đã nêu ra. Mục 1.1 trình bày đôi nét tổng quan về sự phát triển của Hình học Euclid. Mục 1.2 trình bày về Hệ tiên đề Hilbert. Luận văn đã trình bày yêu cầu cơ bản về phương pháp tiên đề và các nhóm tiên đề Hilbert cho Hình học Euclid. Mục 1.3 được dành để trình bày Hệ tiên đề Wayne cho Hình học Euclid. Trong mục này đã làm nổi bật được việc sử dụng Đại số tuyến tính khi xây dựng hệ tiên đề. Ở Mục 1.4 đã đưa ra một vài ý kiến riêng về mối quan hệ giữa hai hệ tiên đề và việc sử dụng Hệ tiên đề Wayne để xây dựng hình học Euclid ở một vài nước.

#### **Chương 2. Hệ tiên đề Pogorelov cho Hình học Euclid.**

Trong chương này tập trung trình bày lại hệ tiên đề cho Hình học Euclid và mô hình Carte do Pogorelov đưa ra. Chương này được chia ra làm hai mục. Mục 2.1 trình bày Hệ tiên đề Pogorelov và một vài hệ quả được suy ra trực tiếp từ hệ tiên đề này. Mục 2.2. trình bày nội dung Mô hình Carte của Hình học Euclid. Trong Mô hình Carte, Pogorelov đã sử dụng phương pháp tọa độ để kiểm tra hệ tiên đề của mình. Do vậy trong phần này đã nêu lý do để có phương pháp tọa độ trong hình học.



### **Chương 3. Hệ tiên đề xây dựng Hình học ở Việt Nam và một vài áp dụng.**

Chương này trình bày nội dung cơ bản về hệ tiên đề xây dựng hình học ở Việt Nam và một vài áp dụng. Nó được chia ra làm hai mục. Mục 3.1 trình bày hệ tiên đề cho hình học trong sách giáo khoa ở bậc phổ thông. Mục 3.2 là một vài áp dụng.

# Chương 1

## Hệ tiên đề Hilbert và Hệ tiên đề Wayne cho Hình học Euclid

### 1.1 Tổng quan về lịch sử Hình học

#### 1.1.1 Tác phẩm "Elements" của Euclid

Hình học xuất phát như một phần của khoa học thực nghiệm và được phát triển đặc biệt bởi người Ai Cập. Những người áp dụng hình học vào đo đạc thổ nhưỡng cũng như những công trình tưới tiêu. Trong thiên niên kỷ đầu tiên trước công nguyên, kiến thức hình học của người Ai Cập được bắt nguồn từ người Hy Lạp và nhờ đó tạo ra một kỷ nguyên mới. Các nhà hình học Hy Lạp từ thế kỷ thứ bảy đến thế kỷ thứ ba trước công nguyên không chỉ làm khoa học phong phú hơn bằng các kiến thức mới, mà họ còn tiến những bước quan trọng trong việc thiết lập các dãy suy luận logic chặt chẽ. Các thành quả vun đắp qua nhiều thế kỷ đã được tổng kết và hệ thống hóa bởi Euclid (từ những năm 330 - 275 trước công nguyên) trong tác phẩm "Elements" nổi tiếng của mình. Lần đầu tiên trong lịch sử, Euclid đã giới thiệu một bản tường thuật logic chặt chẽ về hình học. Xét trong thời đại đó, cách giải quyết và mô tả về hình học này hoàn toàn không có khuyết điểm, đến mức ngay cả 2000 năm sau khi tác phẩm "Elements" xuất hiện, cuốn sách vẫn là cuốn sổ tay hình học độc nhất vô nhị. Quyển I - IV và VI trong tổng số 13 cuốn sách đã trình bày các chương về mặt phẳng và đóng góp cho sự hoàn thiện của hình học, cũng như Quyển XI - XIII đã bao gồm hình học không gian. Các chương khác nêu ứng dụng của số học trong việc xử lý hình học. Mỗi quyển sách đều được bắt đầu bằng các khái niệm mới, (ví dụ: Quyển 1 bao gồm 23 định nghĩa). Đặc biệt là ba định nghĩa dưới đây: